

# AS FÓRMULAS DA VIDA E DA MORTE

OS PRINCÍPIOS MATEMÁTICOS  
QUE DEFINEM A NOSSA VIDA

KIT YATES

Tradução de José Remelhe

 **DESASSOSSEGO**  
LIVROS PARA PENSAR

Para os meus pais,  
Tim, Nancy e Mary, a minha madrastra,  
que me ensinaram a ler, e para a minha irmã, Lucy,  
que me ensinou a escrever.

# ( ÍNDICE )

## INTRODUÇÃO:

quase tudo ♦ **11**

## 1

### PENSAR EXPONENCIALMENTE:

explorar o extraordinário poder e os discretos limites do comportamento exponencial ♦ **19**

## 2

### SENSIBILIDADE, ESPECIFICIDADE E SEGUNDAS OPINIÕES:

porque contribui a matemática para a importância da medicina ♦ **49**

## 3

### AS LEIS DA MATEMÁTICA:

investigar o papel da matemática na lei ♦ **89**

## 4

### NÃO ACREDITE NA VERDADE:

desmistificar as estatísticas da imprensa ♦ **125**

## **5**

### **ESTAR NO LUGAR ERRADO**

#### **À HORA ERRADA:**

a evolução dos nossos sistemas numéricos  
e como nos desiludem ♦ **163**

## **6**

### **OTIMIZAÇÃO IMPLACÁVEL:**

o potencial espontâneo dos algoritmos,  
desde a evolução até ao comércio eletrónico ♦ **193**

## **7**

### **SUSCETÍVEL, PATOGÉNICO, ELIMINADO:**

está nas nossas mãos travar a doença ♦ **227**

### **EPÍLOGO:**

emancipação matemática ♦ **261**

**AGRADECIMENTOS ♦ 265**

**NOTAS FINAIS ♦ 269**

# (INTRODUÇÃO)



## Quase Tudo

**O** meu filho de 4 anos adora brincar no jardim. A sua atividade predileta é escavar e estudar animais rastejantes, sobretudo caracóis. Se ele tiver paciência suficiente, depois do choque inicial de serem apanhados, os caracóis saem com cuidado da segurança das carapaças e começam a deslizar pelas suas mãozitas, deixando um pegajoso trilho de muco. Por fim, quando se farta, livra-se deles, um pouco impiedosamente, no monte de compostagem ou na pilha de madeira por trás do barracão.

Em finais de setembro último, depois de uma sessão especialmente atarefada em que apanhou e deitou fora cinco ou seis espécimes bem grandes, veio ter comigo quando eu estava a serrar madeira para a lareira e perguntou: «Papá, quantos caracóis tem [sic] no jardim?» Uma pergunta aparentemente simples para a qual eu não tinha uma boa resposta. Podiam ser 100 ou podiam ser 1000. Para ser franco, ele não teria compreendido a diferença. Não obstante, a pergunta desencadeou em mim um interesse: como poderíamos descobrir a resposta juntos?

Decidimos realizar uma experiência. Na manhã de sábado do fim de semana seguinte fomos apanhar caracóis. Ao fim de 10 minutos tínhamos um total de 23 gastrópodes. Eu tirei um marcador do bolso e comecei a fazer uma pequena cruz na carapaça de cada um. Depois de estarem todos marcados, virámos o balde e libertámos os caracóis outra vez no jardim.

Uma semana mais tarde partimos noutra caçada. Desta vez, a nossa busca de 10 minutos só nos rendeu 18 caracóis. Quando os investigámos com atenção percebemos que três tinham a cruz nas carapaças, enquanto outros 15 estavam imaculados. Não foi preciso mais informação para fazer o cálculo.

A ideia é a seguinte: o número de caracóis que apanhámos no primeiro

dia, 23, consiste em determinada percentagem da população total do jardim, da qual pretendemos saber o número. Se conseguirmos determinar esta percentagem, então poderemos aumentar o número de caracóis que apanhámos para ficarmos a conhecer a população total do jardim. Assim, utilizámos uma segunda amostra (a que apanhámos no sábado seguinte). A proporção de indivíduos com a marca desta amostra,  $3/18$ , deveria ser representativa da proporção de indivíduos no jardim com a marca no seu todo. Quando simplificámos esta proporção, verificámos que os caracóis com marca constituem aproximadamente um em cada seis indivíduos da população (a Figura 1 ilustra isso mesmo). Assim, aumentámos o número de indivíduos com a marca apanhados no primeiro dia, 23, por um fator de 6 para encontrar uma estimativa do número total de caracóis no jardim, que é 138.

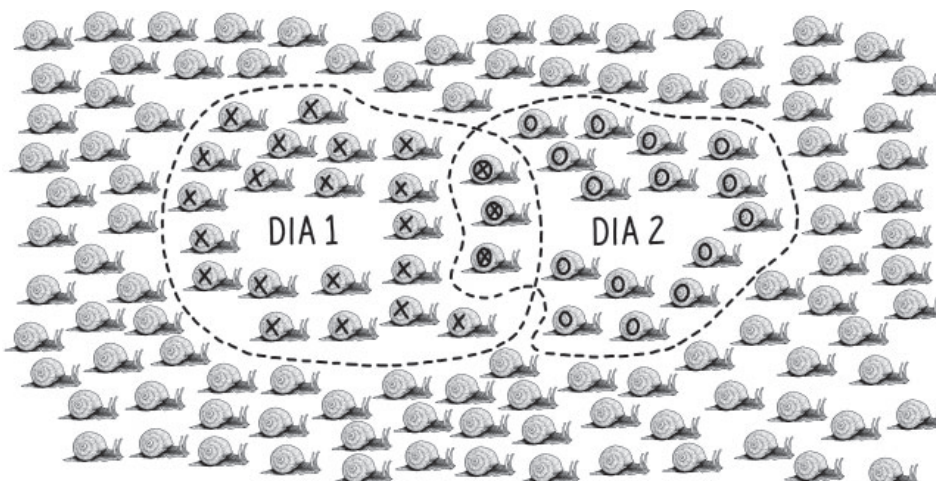


Figura 1: O rácio (3:18) do número de caracóis que voltámos a apanhar (com a marca OX) em relação ao total capturado no segundo dia (com a marca O) deve ser idêntico ao rácio (23:138) do número capturado no primeiro dia (com a marca X) em relação ao número total de caracóis que existem no jardim (com marca e sem ela).

DEPOIS DE TERMINAR ESTE CÁLCULO MENTAL VIREI-ME PARA O meu filho, que estivera a «tratar» dos caracóis que tínhamos apanhado. Qual foi a conclusão que tirou quando eu lhe revelei que tínhamos 138 caracóis a viver no jardim? «Papá», disse ele, a olhar para os fragmentos de

carapaças que ainda estavam colados aos seus dedos, «matei este». Afinal, são 137.

Este simples método matemático, conhecido como captura/recaptação, tem origem na ecologia, onde é utilizado para calcular a dimensão de populações de animais. O leitor também pode utilizar a técnica, tomando duas amostras independentes e comparando os elementos em comum. Poderá querer calcular o número de rifas que foram vendidas na feira local ou determinar o número de espectadores num jogo de futebol utilizando os talões dos ingressos, em vez de fazer uma árdua contagem de cabeças.

O método de captura/recaptação também é utilizado em projetos científicos sérios. Por exemplo, pode fornecer informação vital sobre os números flutuantes de espécies em perigo. Ao fornecer uma estimativa do número de peixes num lago<sup>1</sup> pode permitir à indústria pesqueira determinar o número de licenças a emitir. A técnica é tão eficaz que a sua aplicação não se restringiu à ecologia e permitiu fazer estimativas rigorosas em várias áreas, desde determinar o número de toxicodependentes<sup>2</sup> de determinada população até ao número de mortos na guerra do Kosovo<sup>3</sup>. É este o poder pragmático que as ideias matemáticas simples podem produzir. Neste livro abordaremos este tipo de conceitos, os quais utilizo no meu quotidiano de biólogo matemático.

•

QUANDO DIGO ÀS PESSOAS QUE SOU BIÓLOGO MATEMÁTICO, DE uma maneira geral, a reação é um menear de cabeça educado acompanhado de um silêncio desconfortável, como se eu fosse perguntar-lhes o que se lembram da equação quadrática ou do teorema de Pitágoras. Mais do que ficarem apenas intimidadas, as pessoas não conseguem compreender como é que uma ciência como a matemática, que entendem como sendo abstrata, pura e etérea, pode ter alguma relação com uma área como a biologia, que, de uma forma geral, é vista como prática, confusa e pragmática. Esta falsa dicotomia surge amiúde pela primeira vez na escola: se gostava de ciência, mas não era muito bom em álgebra, foi empurrado para a via das ciências da vida. Se, como é o meu caso, gostava de ciências, mas não tinha vontade de retalhar cadáveres de animais (certa vez desmaiei no início de uma aula de dissecação quando entrei para o laboratório e vi uma cabeça de peixe no meu lugar), então foi encaminhado para as ciências físicas. As duas não são compatíveis.

Foi o que me aconteceu. Desisti da biologia no secundário e inscrevi-me em *A-levels* em matemática, matemática avançada, física e química. Quando cheguei à universidade tive de otimizar ainda mais as disciplinas, e foi com tristeza que deixei para sempre a biologia, uma disciplina que, pensava, tinha um extraordinário poder de mudar as vidas para melhor. Fiquei extremamente entusiasmado com a oportunidade de mergulhar no mundo da matemática, mas não consegui deixar de pensar que estaria a enveredar por um caminho que parecia ter muito poucas aplicações práticas. Não podia estar mais enganado.

Durante o penoso caminho da matemática pura que ensinam na universidade, memorizando o enunciado do teorema do valor intermédio ou a definição de um espaço vetorial, vivi para os cursos de matemática aplicada. Assisti a palestras que demonstravam a matemática que os engenheiros utilizam para construir pontes, de maneira a que estas não ressoem e desabem com o vento, ou para desenvolver as asas que garantem que os aviões não caem do céu. Aprendi a mecânica quântica que os físicos utilizam para compreender os estranhos acontecimentos a escalas subatómicas e a teoria da relatividade especial que explora as estranhas consequências da invariabilidade da velocidade da luz. Frequentei cursos que explicam as formas como utilizamos a matemática na química, no meio financeiro e na economia. Li sobre a aplicação da matemática ao desporto, para melhorar o desempenho dos nossos atletas de topo, e sobre a utilização da matemática no mundo do cinema, para criar por computador imagens de cenas geradas que não poderiam existir na realidade. Em suma: aprendi que a matemática pode ser aplicada para descrever praticamente tudo.

No terceiro ano do curso tive a sorte de ter uma aula de biologia matemática. O docente era Philip Maini, um cativante professor da Irlanda do Norte na casa dos 40. Além de ser a figura de topo na sua área (mais tarde seria eleito membro da Royal Society), era evidente que amava a disciplina e o seu entusiasmo transmitiu-se aos alunos que frequentaram o curso.

Mais do que apenas biologia matemática, o Philip ensinou-me que os matemáticos são seres humanos com sentimentos e não uns autómatos unidimensionais como muitas vezes são retratados. Um matemático é mais do que, consoante as palavras do probabilista húngaro Alfréd Rényi, «uma máquina de transformar café em teoremas». Quando estava sentado no gabinete do Philip, à espera do início de uma entrevista para um lugar de PhD, vi, emolduradas nas paredes, as diversas cartas de rejeição



que recebera dos clubes da Premier League para os quais enviara, em jeito de brincadeira, candidaturas para ocupar cargos de direção. Acabámos por falar mais de futebol do que sobre matemática.

Nesta fase dos meus estudos académicos, o que foi crucial, o Philip ajudou-me a familiarizar totalmente de novo com a biologia. Durante o meu PhD, sob a sua supervisão, dediquei-me a imensas tarefas, desde compreender como os gafanhotos formam enxames e o modo de os travar, até prever a complexa coreografia que é o desenvolvimento embrionário dos mamíferos e as devastadoras consequências quando ocorre uma dessincronização. Construí modelos que explicam como os ovos das aves obtêm os seus bonitos padrões de pigmentação e redigi algoritmos que visavam traçar o movimento de bactérias livres. Simulei parasitas que invadem o nosso sistema imunitário e modeléi o modo como doenças fatais se disseminam em determinada população. O trabalho que comecei durante o PhD foi o pilar do resto da minha carreira. Continuo a trabalhar nestas fascinantes áreas da biologia, e noutras, juntamente com alunos de PhD sob a minha supervisão, desempenhando o cargo de professor universitário em matemática aplicada na Universidade de Bath.

•

NA QUALIDADE DE ESPECIALISTA EM MATEMÁTICA APLICADA, encaro-a acima de tudo como uma ferramenta prática para compreender a complexidade do nosso mundo. A modelação matemática pode conferir-nos uma vantagem em situações do quotidiano e, para tal, não tem de envolver centenas de aborrecidas equações ou linhas de código informático. A matemática, na sua forma mais fundamental, é um padrão. De cada vez que contemplamos o mundo estamos a construir o nosso próprio modelo de padrões observados. Quando identificamos um motivo nos ramos fractais de uma árvore, ou na simetria de várias pregas de um floco de neve, estamos a ver matemática. Quando batemos o pé a marcar o ritmo de uma peça de música, ou quando a nossa voz ecoa e ressoa enquanto cantamos no chuveiro, estamos a ouvir matemática. Quando marcamos um golo e a bola acerta na rede ou quando apanhamos uma bola de críquete na sua trajetória parabólica, estamos igualmente a fazer matemática. Com cada nova experiência, cada excerto de informação sensorial, os modelos que criámos do nosso ambiente são refinados, reconfigurados e tornados ainda mais pormenorizados e complexos. Criar modelos matemáticos, desenvolvidos

para abarcar a nossa intrincada realidade, é a melhor maneira ao nosso alcance de perceber as regras que regem o mundo que nos rodeia.

Estou convicto de que os modelos mais simples e mais importantes são histórias e analogias. O segredo para exemplificar a influência da subcorrente invisível da matemática consiste em demonstrar os efeitos que tem na vida das pessoas — desde o extraordinário ao quotidiano. Quando vista pelo prisma certo, é possível começar a extrapolar as regras matemáticas ocultas subjacentes às nossas experiências comuns.

Os sete capítulos deste livro exploram as histórias verídicas de eventos capazes de mudar a vida, nos quais a aplicação (ou a má aplicação) da matemática teve um papel crucial: doentes estropiados por genes defeituosos e empreendedores falidos por algoritmos imperfeitos; vítimas inocentes de erros judiciais e vítimas involuntárias de falhas informáticas. Seguiremos histórias de investidores que dissiparam fortunas e de pais que perderam filhos, tudo fruto de equívocos matemáticos. Debater-nos-emos com dilemas éticos, desde a despistagem clínica ao subterfúgio estatístico, e examinaremos pertinentes questões da sociedade, tais como referendos políticos, prevenção de doenças, justiça criminal e inteligência artificial. Neste livro constataremos que a matemática tem uma palavra profunda, ou significativa, a dizer em relação a todos estes temas e mais ainda.

Ao invés de apenas apontar os lugares onde a matemática pode sobreviver, nestas páginas apresentar-lhe-ei as regras e as ferramentas matemáticas simples que podem ajudá-lo no seu quotidiano: desde conseguir o melhor lugar no comboio até manter a calma quando receber um resultado médico inesperado. Sugerirei maneiras simples de evitar cometer erros numéricos e sujaremos as mãos com as folhas de jornais quando deslindarmos os números que se escondem por trás das manchetes. Além disso, veremos de perto e com intimidade a matemática subjacente à genética do consumidor e observaremos a matemática em ação à medida que realçarmos os passos que podemos dar para ajudar a travar a disseminação de doenças fatais.

Conforme já terá compreendido, espero, este não é um livro de matemática. Nem tão-pouco um livro para matemáticos. Não encontrará uma única equação nestas páginas. O objetivo deste livro não é recuperar recordações das aulas de matemática das quais poderá ter desistido há anos. Muito pelo contrário. Se alguma vez se sentiu excluído e ficou com a sensação de que o seu lugar não é no mundo da matemática, ou de que não tem jeito para os números, considere este livro uma emancipação.

Acredito com todo o meu ser que a matemática é para todos e que

todos podemos apreciar a beleza desta ciência, que está no âmago dos fenômenos complicados que experienciamos todos os dias. Conforme veremos nos capítulos que se seguem, a matemática são os falsos alarmes que se desencadeiam na nossa mente e a falsa confiança que nos ajuda a dormir à noite; as histórias que nos são impingidas nas redes sociais e os memes que por elas se espalham. A matemática consiste nos vazios da lei e naquilo que os encerra; a tecnologia que salva vidas e os erros que as põem em risco; o surto de uma doença fatal e as estratégias para a controlar. É a melhor esperança que temos para dar resposta às dúvidas mais fundamentais relacionadas com os enigmas do Cosmos e os mistérios da nossa própria espécie. A matemática conduz-nos pela miríade de caminhos das nossas vidas e esconde-se à espreita, do outro lado, para nos receber quando soltarmos o último suspiro.

# 1

## PENSAR EXPONENCIALMENTE



Explorar o extraordinário poder e os discretos limites do comportamento exponencial

**D**arren Caddick é um instrutor de condução de Caldicot, uma pequena vila do Sul do País de Gales. Em 2009, um amigo fez-lhe uma proposta lucrativa: ao contribuir com apenas 3000 libras para um consórcio de investimento local, e angariando mais duas pessoas que fizessem o mesmo, conseguiria um lucro de 23 000 libras em apenas duas semanas. No início, pensando que era bom de mais para ser verdade, Caddick resistiu à tentação. Porém, os amigos acabaram por convencê-lo de que «ninguém sairia a perder porque o esquema continuaria sem parar», pelo que decidiu contribuir com o seu quinhão. Perdeu tudo e, 10 anos volvidos, continua a enfrentar as consequências.

Inadvertidamente, Caddick encontrara-se no fundo de um esquema em pirâmide que não «continuaria sem parar». Iniciado em 2008, o esquema *Give and Take* ficou sem novos investidores e colapsou em menos de um ano, não sem antes absorver 21 milhões de libras pertencentes a mais de 10 000 investidores de todo o Reino Unido, 90% dos quais perderam o seu investimento de 3000 libras. Os esquemas de investimento que se baseiam nos investidores para angariar vários outros, e assim obterem dividendos, estão fadados ao fracasso. O número de investidores necessários em cada nível aumenta proporcionalmente em função do número de pessoas envolvidas no esquema. Ao cabo de 15 rondas de angariação haveria mais de 10 000 pessoas num esquema de pirâmide deste tipo. Embora pareça um número elevado,

o esquema *Give and Take* não teve dificuldade para o atingir. Todavia, 15 rondas mais tarde, uma em cada sete pessoas do planeta teria de investir para que o esquema continuasse a evoluir. Este fenómeno de rápido crescimento, que redundou na inevitável falta de novos angariados e no eventual colapso do esquema, designa-se «crescimento exponencial».

### Não adianta chorar sobre o leite derramado

UMA COISA CRESCE EXPONENCIALMENTE QUANDO AUMENTA EM proporção à sua dimensão atual. Imagine que, ao abrir a embalagem de leite pela manhã, uma única célula da bactéria *Streptococcus faecalis* consegue entrar para a embalagem antes de a tapar. A *Strep f.* é uma das bactérias responsáveis pelo azedar e coalhar do leite, mas uma célula não é nada de mais, pois não?<sup>4</sup> Talvez seja mais preocupante quando ficar a saber que, no leite, as células da *Strep f.* conseguem dividir-se de modo a produzir duas novas células por hora<sup>5</sup>. A cada geração, o número de células aumenta proporcionalmente ao número de células atuais, pelo que a sua quantidade cresce exponencialmente.

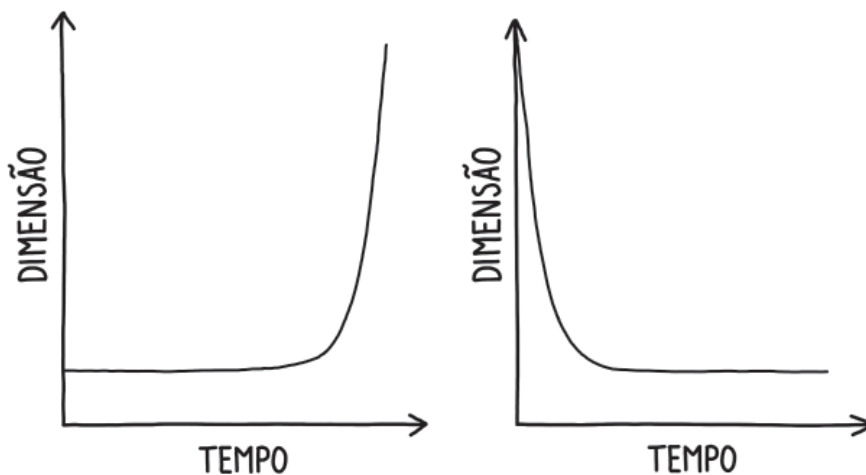


Figura 2: Curvas de crescimento (*esquerda*) e queda (*direita*) exponencial em forma de J.

A CURVA QUE DESCREVE UMA QUANTIDADE EM CRESCIMENTO exponencial faz lembrar uma rampa de acrobacias de patins, *skates* e bicicletas BMX. No início, a inclinação é pouco pronunciada — a curva é extremamente baixa e só ganha altura de um modo gradual (conforme se pode verificar na primeira curva da Figura 2). Decorridas duas horas temos quatro células *Strep f.* na embalagem de leite e quatro horas depois ainda só temos 16, o que não parece representar um grande problema. Porém, à semelhança do que acontece nas rampas de acrobacias, a altura da curva exponencial e o seu declive aumentam abruptamente. As quantidades que crescem exponencialmente parecem crescer devagar no início, mas podem disparar de repente e de forma inesperada. Se deixar o leite fora do frigorífico durante 48 horas, e o crescimento exponencial de células de *Strep f.* continuar, quando o deitar nos cereais pode haver quase mil triliões de células na embalagem — o suficiente para coalhar o seu sangue, quanto mais o leite. Nesta fase, as células seriam mais numerosas do que os seres humanos do planeta numa proporção de 40 000 para um. Por vezes diz-se das curvas exponenciais que são «em J», pois assemelham-se à curva pronunciada desta letra. Como é evidente, dado que as bactérias consomem os nutrientes do leite e mudam o respetivo pH, as condições de crescimento deterioram-se e o crescimento exponencial só se mantém por um período de tempo relativamente curto. De facto, quase todos os cenários de crescimento exponencial reais a longo prazo são insustentáveis, e em muitos casos patológicos, pois o objeto do crescimento consome os recursos de forma inexequível. Por exemplo: o crescimento exponencial sustentado de células no corpo é uma marca distintiva típica de cancro.

Outro exemplo de uma curva exponencial é um escorrega aquático de queda livre, assim apelidado porque o escorrega é tão íngreme no início que o utilizador tem a sensação de queda livre. Neste caso, conforme descemos no escorrega, deslizamos numa curva de *queda* e não numa curva de *crecimento* exponencial (pode ver um exemplo de um gráfico desses na segunda imagem da Figura 2). A queda exponencial ocorre quando uma quantidade *diminui* proporcionalmente à sua dimensão atual. Imagine abrir um saco enorme de *M&M*, espalhá-los em cima da mesa e comer todas as unidades que caírem com a letra «M» virada para cima. Guarde as restantes no saco. No dia seguinte agite o saco e espalhe os *M&M*. Coma outra vez as unidades com o «M» virado para cima e guarde as restantes. De cada vez que espalhar os doces na mesa comerá cerca de metade das unidades restantes, independentemente do número inicial. O número de unidades

diminui proporcionalmente à quantidade que resta no saco, redundando numa queda exponencial do número de doces. Do mesmo modo, o escorrega aquático exponencial começa bem alto e quase na vertical, de forma que a altura do utilizador diminui muito depressa; quando temos um elevado número de doces, a quantidade que podemos comer também é elevada. Mas a curva, muito gradualmente, torna-se cada vez menos íngreme até ficar quase horizontal na parte final do escorrega; quantos menos doces houver no saco, menos comerá em cada dia. Embora o facto de um doce individual cair com o «M» virado para cima ou para baixo seja aleatório e imprevisível, a curva de queda exponencial previsível do escorrega despenha no número de doces que sobejam com o passar do tempo.

Neste capítulo revelaremos as ligações ocultas entre o comportamento exponencial e fenómenos do quotidiano: a disseminação de uma doença numa população ou de um meme na internet; o rápido crescimento de um embrião ou o demasiado lento crescimento do dinheiro nas nossas contas bancárias; o modo como apreendemos o tempo e até mesmo a explosão de uma bomba nuclear. À medida que avançarmos desvendaremos cuidadosamente toda a tragédia do esquema em pirâmide *Give and Take*. As histórias das pessoas cujo dinheiro foi absorvido servem para ilustrar como é importante conseguirmos pensar exponencialmente, o que, por sua vez, nos ajudará a prever a velocidade por vezes surpreendente da mudança no mundo moderno.

## Uma questão de grande interesse

NAS MUITO RARAS OCASIÕES EM QUE VOU FAZER UM DEPÓSITO na minha conta bancária, reconforto-me com o facto de, por muito pouco dinheiro que lá tiver, este estar sempre a crescer exponencialmente. De facto, uma conta bancária é um sítio onde efetivamente não existem limites para o crescimento exponencial, pelo menos em teoria. Desde que os juros sejam acumulados (ou seja, somados ao nosso montante inicial e eles próprios acumulem juros), o montante total da conta aumenta proporcionalmente à sua dimensão atual — a marca distintiva do crescimento exponencial. Nas palavras de Benjamin Franklin, «O dinheiro gera dinheiro, e o dinheiro que o dinheiro gera gera mais dinheiro». Se pudéssemos esperar o suficiente, até mesmo o mais pequeno investimento se transformaria numa fortuna. Mas não vá já a correr empatar o seu fundo de maneio. Se investir

100 libras com juros de 1% por ano precisaria de mais de 900 anos para ficar milionário. Embora o crescimento exponencial esteja muitas vezes associado a rápidos aumentos, se a taxa de crescimento e o investimento inicial forem baixos o crescimento exponencial pode parecer deveras muito lento.

O revés da medalha é que, visto que é aplicada uma taxa de juro fixa aos montantes por liquidar (muitas vezes elevada), as dívidas associadas aos cartões de crédito também podem crescer exponencialmente. Tal como acontece com as hipotecas, quanto mais cedo pagar as dívidas contraídas com os cartões de crédito, e quanto maior for o valor que amortizar, menos pagará na globalidade, pois o crescimento exponencial nunca chega a ter a hipótese de disparar.

•

PAGAR HIPOTECAS E LIQUIDAR OUTRAS DÍVIDAS FOI UM DOS principais motivos apontados pelas vítimas do esquema *Give and Take* para o seu envolvimento. A tentação de dinheiro rápido e fácil para reduzir pressões financeiras foi demasiadamente forte para muitos conseguirem resistir, não obstante a incómoda suspeita de que alguma coisa não batia certo. Como admite Caddick: «O velho ditado “Se parece bom de mais para ser verdade, é porque realmente assim é” aplica-se mesmo neste caso.»

Os criadores do esquema, as pensionistas Laura Fox e Carol Chalmers, eram amigas desde os tempos em que frequentaram uma escola católica. As duas, ambas pilares da sua comunidade local — uma vice-presidente do clube Rotary local, a outra uma avó muito respeitada —, sabiam muito bem o que estavam a fazer quando delinearam o seu esquema de investimento fraudulento. O princípio *Give and Take* foi desenvolvido de forma inteligente para emboscar potenciais investidores, escondendo os perigos ocultos. Ao contrário dos esquemas em pirâmide de dois níveis tradicionais, em que uma pessoa no topo da cadeia recebe o dinheiro diretamente dos investidores angariados, o *Give and Take* funcionava como um esquema do tipo «aeronave» de quatro níveis. Neste tipo de esquema, a pessoa no topo da cadeia é conhecida por «piloto». O piloto angaria dois «copilotos», os quais angariam dois «membros da tripulação», que, por sua vez, angariam dois «passageiros». No esquema de Fox e Chalmers, assim que a hierarquia de 15 pessoas estava completa, os oito passageiros pagavam as 3000 libras aos organizadores, que passavam um enorme dividendo de 23 000 libras ao investidor inicial, retendo 1000 libras. Parte desse dinheiro era



doado a instituições de beneficência, sendo que as cartas de agradecimento de instituições como a NSPCC (Sociedade Nacional para a Prevenção da Crueldade contra Crianças) conferiam legitimidade ao esquema, enquanto outra parte era mantida pelos organizadores para garantir o desenvolvimento linear e ininterrupto do esquema.

Depois de receber os dividendos, o piloto sai do esquema e os dois copilotos são promovidos a piloto, aguardando a angariação de oito novos passageiros no fundo das suas ramificações. Os esquemas do tipo «aeronave» são especialmente atrativos para os investidores, pois os novos participantes só têm de angariar mais duas pessoas para multiplicarem o seu investimento por um fator de 8 (porém, está claro, estes dois têm de angariar outros dois e assim sucessivamente). Outros esquemas mais planos exigem um esforço de angariação muito maior por indivíduo para se conseguir o mesmo retorno. A íngreme estrutura de quatro níveis do *Give and Take* significava que os membros da tripulação nunca recebiam dinheiro diretamente dos passageiros angariados. Visto que os novos angariados serão provavelmente amigos e familiares dos membros da tripulação, este método assegura que o dinheiro nunca passa diretamente entre mãos de pessoas chegadas. Esta separação entre os passageiros e os pilotos, cujos dividendos financiam, facilita a angariação e diminui a possibilidade de represálias, tornando-o numa oportunidade de investimento mais atrativa e facilitando a angariação de milhares de investidores para o esquema.

Do mesmo modo, muitos investidores do esquema em pirâmide *Give and Take* ganharam confiança depois de ouvirem relatos de recebimentos ocorridos anteriormente e, nalguns casos, presenciando os pagamentos em primeira mão. As mentoras do esquema, Fox e Chalmers, organizavam exuberantes festas privadas no Hotel Somerset, que pertencia a Chalmers. Os folhetos distribuídos nas festas incluíam fotografias dos membros do esquema espalhados em camas cheias de dinheiro ou a acenar para a câmara com mãos cheias de notas de 50 libras. As organizadoras também convidavam para estas festas algumas das «noivas» do esquema — pessoas (sobretudo mulheres) que haviam chegado ao posto do piloto da respetiva célula da pirâmide e que iriam receber os seus dividendos. Então, colocavam às noivas uma série de quatro perguntas simples — tais como «Que parte do Pinóquio cresce quando diz mentiras?» — diante de uma audiência de 200 a 300 potenciais investidores.

Esperava-se que este aspeto de «jogo de perguntas» do esquema explorasse uma lacuna na lei, que Fox e Chalmers acreditavam legitimar esses

investimentos caso envolvessem um elemento de «competência». Numa filmagem feita com um telemóvel num desses eventos, pode ouvir-se Fox a gritar: «Estamos a jogar nas nossas próprias casas e por isso é legal.» Estava equivocada. Miles Bennet, o advogado da acusação, explicou: «O jogo de perguntas era tão fácil que nunca houve pessoas na posição de receber dividendos que não recebessem o seu dinheiro. Até podiam pedir a ajuda de um amigo ou de um membro do comité — e o comité sabia as respostas!»

Isto não impediu Fox e Chalmers de utilizar estas festas de entrega de prémios como uma espécie de vacina na sua campanha de *marketing* viral de baixa tecnologia. Depois de verem as noivas a receber cheques de 23 000 libras, muitos convidados investiam e incentivavam os amigos e familiares a fazerem o mesmo, formando a sua própria pirâmide. Desde que cada novo investidor passasse a batuta a outras duas ou mais pessoas, o esquema prosseguiria por tempo indeterminado. Quando Fox e Chalmers começaram o esquema, na primavera de 2008, eram os dois únicos pilotos. Ao angariarem amigos para investir e, na verdade, ajudarem a organizar o esquema, o par não tardou a trazer para bordo mais quatro pessoas. Estas quatro angariaram mais oito, e depois 16, e assim sucessivamente. Esta duplicação exponencial da quantidade de novos angariados para o esquema assemelha-se bastante à duplicação do número de células num embrião em crescimento.

## O embrião exponencial

QUANDO A MINHA MULHER INICIALMENTE ENGRAVIDOU FICÁMOS obcecados, à semelhança do que acontece com muitas pessoas que vão ser pais pela primeira vez, tentando perceber o que estava a acontecer na barriga dela. Pedimos emprestado um monitor cardíaco de ultrassons para ouvirmos o coração do nosso bebé; inscrevemo-nos em ensaios clínicos para obtermos ecografias adicionais; e visitámos *website* atrás de *website* com descrições sobre o que estava a acontecer com a nossa filha enquanto ela crescia e continuava a deixar a minha mulher doente diariamente. Entre os nossos preferidos havia os *websites* do tipo «Qual o tamanho do seu bebé?», que comparam, para cada semana de gestação, o tamanho de um feto com um fruto, um legume ou outro alimento comum de tamanho apropriado. Estes *sites* consubstanciam os fetos dos futuros pais com epigramas como «Pesando cerca de 42 gramas e medindo aproximadamente

9 centímetros, o seu anjinho tem mais ou menos o tamanho de um limão» ou «O seu pequenote pesa agora cerca de 141 gramas e mede aproximadamente 13 centímetros da cabeça aos pés».

O que realmente me espantou nas comparações destes *websites* foi a rapidez com que os tamanhos mudavam de uma semana para a outra. Na quarta semana, o seu bebé tem mais ou menos o tamanho de uma semente de papoila, mas na quinta semana avolumou-se até ao de uma semente de sésamo! Tal representa um aumento de volume de cerca de 16 vezes no período de uma semana.

Contudo, talvez este rápido aumento do tamanho não devesse ser tão surpreendente. Quando o óvulo é fertilizado inicialmente pelo espermatozoide, o zigoto resultante é submetido a uma série sequencial de divisão celular mediante a qual o número de células do embrião em desenvolvimento aumenta rapidamente. Primeiro divide-se em duas. Oito horas mais tarde, estas duas subdividem-se em quatro e, passadas mais oito horas, quatro dão lugar a oito, que em breve se transformam em 16, e assim sucessivamente — tal como o número de novos investidores de cada nível do esquema em pirâmide. Ocorrem divisões subsequentes, quase de forma sincronizada, a cada oito horas. Desta forma, o número de células aumenta proporcionalmente à quantidade de células que formam o embrião em determinado momento: quanto mais células houver, mais células novas são criadas na divisão subsequente. Neste caso, visto que cada uma cria exatamente uma célula descendente em cada evento de divisão, o fator pelo qual o número de células aumenta no embrião é 2; por outras palavras, o tamanho do embrião duplica a cada geração.

Durante a gestação humana, o período durante o qual o embrião cresce exponencialmente é, felizmente, relativamente curto. Se o embrião continuasse a crescer ao mesmo ritmo exponencial durante toda a gravidez, as 840 divisões celulares sincronizadas resultariam num superbebé com cerca de  $10^{253}$  células. Para contextualizar, se todos os átomos do Universo fossem uma cópia do nosso Universo, o número total de átomos de todos esses universos equivaleria aproximadamente ao número de células do superbebé. Naturalmente, a divisão celular fica mais lenta à medida que ocorrem eventos mais complexos na vida do embrião. Na realidade, o número de células que constituem um recém-nascido médio é de aproximadamente uns modestos dois triliões. Foi possível atingir este número de células em menos de 41 eventos de divisão sincronizados.

## O destruidor de mundos

O CRESCIMENTO EXPONENCIAL É VITAL PARA A RÁPIDA EXPANSÃO do número de células necessárias para a criação de uma nova vida. Porém, foi também o surpreendente e aterrador poder do crescimento exponencial que levou o físico nuclear J. Robert Oppenheimer a proclamar: «Agora tornei-me Morte, destruidor do mundo.» Este crescimento não foi o crescimento de células, nem de organismos individuais, mas de energia criada pela divisão de núcleos atômicos.

Durante a 2.<sup>a</sup> Guerra Mundial, Oppenheimer era o dirigente do laboratório de Los Alamos, a base do Projeto Manhattan — berço do desenvolvimento da bomba atômica. A divisão dos núcleos (protões e neutrões firmemente ligados) de um átomo pesado em partes constitutivas mais pequenas fora descoberta em 1938 por químicos germânicos. O processo designava-se «fissão nuclear» por analogia com a fissão binária, ou separação, de uma célula viva em duas, como ocorre, com um efeito tão grandioso, nos embriões em desenvolvimento. Descobriu-se que a fissão ocorria de forma natural, como a desintegração radioativa de isótopos químicos instáveis, ou induzida artificialmente mediante o bombardeamento do núcleo de um átomo com partículas subatômicas numa «reação nuclear». Em qualquer dos casos, a separação do núcleo em dois núcleos mais pequenos, ou produtos de fissão, ocorreu em simultâneo com a libertação de grandes volumes de energia sob a forma de radiação eletromagnética, bem como a energia associada ao movimento dos produtos da fissão. Depressa se reconheceu que estes produtos de fissão em movimento, criados por uma primeira reação nuclear, podiam ser utilizados para ter impacto noutros núcleos, dividindo mais átomos e libertando ainda mais energia: uma «reação nuclear em cadeia». Se cada fissão nuclear produzisse, em média, mais de um produto que pudesse ser utilizado para separar os átomos subsequentes, em teoria cada fissão poderia desencadear vários outros eventos de separação. Com a continuação deste processo, o número de eventos de reação aumentaria exponencialmente, produzindo energia a uma escala sem precedentes. Caso se encontrasse um material que permitisse esta reação nuclear em cadeia desenfreada, o aumento de energia exponencial emitida ao longo do breve período das reações permitiria, potencialmente, a transformação desse material *físsil* em armamento.

Em abril de 1939, na véspera da deflagração da guerra por toda a Europa, o físico francês Frédéric Joliot-Curie (genro de Marie e Pierre e

também ele galardoado com o Prémio Nobel, em colaboração com a esposa) fez uma descoberta crucial. Publicou na revista *Nature* evidências de que, mediante a fissão causada por um único neutrão, os átomos do isótopo de urânio U-235 emitiam em média 3,5 (valor mais tarde revisto para 2,5) neutrões de alta energia<sup>6</sup>. Era precisamente o material necessário para desencadear a cadeia de reações nucleares exponencialmente crescente. A «corrida à bomba» estava em curso.

Com o vencedor do Prémio Nobel Werner Heisenberg e outros físicos alemães de renome, que trabalhavam para o projeto de bomba paralelo dos nazis, Oppenheimer sabia que o esperava uma tarefa árdua em Los Alamos. O seu principal desafio era criar as condições que facilitariam uma reação nuclear em cadeia de crescimento exponencial que permitisse a quase imediata libertação dos enormes volumes de energia necessária para uma bomba atômica. Para produzir esta reação em cadeia, autónoma e suficientemente rápida, precisava de assegurar que neutrões suficientes emitidos por um átomo U-235 em fissão eram reabsorvidos pelos núcleos de outros átomos U-235, fazendo com que, por sua vez, se dividissem. Descobriu que, no urânio natural, demasiados neutrões emitidos são absorvidos por átomos U-238 (o outro isótopo significativo, que constitui até 99,3% do urânio natural)<sup>7</sup>, o que significa que qualquer reação em cadeia definha exponencialmente ao invés de crescer. Para produzir uma reação em cadeia de crescimento exponencial, Oppenheimer precisava de refinar U-235 de elevada pureza eliminando o máximo possível de U-238 do minério.

Estas considerações deram origem à ideia da apelidada *massa crítica* do material fissil. A massa crítica do urânio é a quantidade de material necessário para gerar uma reação nuclear em cadeia autónoma, que depende de diversos fatores. Talvez o mais crucial seja a pureza do U-235. Mesmo com U-235 a 20% (em comparação com 0,7% no natural), a massa crítica continua a ter mais de 400 quilogramas, fazendo com que a elevada pureza seja essencial para uma bomba exequível. Mesmo depois de ter refinado urânio de pureza suficiente para atingir supercriticalidade, Oppenheimer ainda enfrentava o desafio da apresentação da bomba propriamente dita. Era evidente que não podia apenas aglomerar uma massa crítica de urânio numa bomba e esperar que não explodisse. Uma única desintegração natural no material desencadearia a reação em cadeia e iniciaria a explosão exponencial.

Com o espectro dos cientistas nazis a espreitar-lhe por cima do ombro, Oppenheimer e a sua equipa congeminaram uma ideia desenvolvida

à pressa para a apresentação da bomba atômica. O método «tipo pistola» implicava disparar uma massa de urânio subcrítica para outra, com recurso a explosivos convencionais, para criar uma única massa supercrítica. A reação em cadeia seria então despoletada por um evento de fissão espontânea que emitiria os neutrões iniciadores. A separação das duas massas subcríticas garantia que a bomba só seria detonada quando fosse necessário. Os elevados níveis de enriquecimento de urânio atingidos (cerca de 80%) significaram que só eram necessários 20 a 25 quilogramas para a criticalidade. Porém, Oppenheimer não podia arriscar o fracasso do seu projeto dando vantagem aos rivais alemães, pelo que insistiu em quantidades muito maiores.

Só que quando suficiente urânio puro ficou finalmente pronto, a guerra já terminara na Europa. Todavia, a guerra na região do Pacífico estava ao rubro, onde o Japão não dava sinais de rendição apesar das significativas desvantagens militares. Ao compreender que uma invasão por terra do Japão aumentaria bastante o número já elevado de mortos nas fileiras americanas, o general Leslie Groves, diretor do Projeto Manhattan, promulgou a diretiva que autorizava a utilização da bomba atômica no Japão assim que as condições climáticas o permitissem.

Ao fim de vários dias de mau tempo causado pela cauda de um tufão, no dia 6 de agosto de 1945, o Sol brilhou num céu azul sobre Hiroxima. Pelas 7h09 foi avistado um avião americano a sobrevoar a cidade, fazendo soar o alarme de ataque aéreo. Akiko Takakura, de 17 anos, começara a trabalhar há pouco tempo ao balcão de um banco. Ia a caminho do trabalho quando o alarme soou e refugiou-se com outros passageiros nos abrigos públicos contra raids aéreos, colocados em pontos estratégicos da cidade.

Os alarmes de ataques aéreos eram vulgares em Hiroxima; a cidade era uma base militar estratégica, onde se localizava o quartel-general do Segundo Exército Geral nipónico. Porém, até então, Hiroxima fora bastante poupada aos bombardeamentos que choviam sobre tantas outras cidades japonesas. Mal sabia Akiko e os outros passageiros que Hiroxima estava, artificialmente, a ser poupada para que os americanos pudessem avaliar toda a escala de destruição que a sua nova arma causaria.

Pelas sete e meia, o alarme parou. O *B-29* que sobrevoava a cidade não era mais sinistro do que um avião meteorológico. Quando Akiko saiu do abrigo, juntamente com tantos outros, suspirou de alívio: não haveria um ataque aéreo nessa manhã.

O que Akiko e os outros cidadãos de Hiroxima não sabiam, enquanto

continuavam a viagem para o trabalho, era que o *B-29* transmitiu relatórios de céu limpo sobre Hiroxima para o *Enola Gay* — o avião que transportava a bomba de fissão «tipo pistola» conhecida por «Little Boy». Enquanto as crianças seguiam para a escola e os trabalhadores continuavam as suas rotinas quotidianas, dirigindo-se para os escritórios e fábricas, Akiko chegou ao banco no centro de Hiroxima, onde trabalhava. As funcionárias deveriam chegar 30 minutos antes dos homens para arrumarem os seus gabinetes antes de estes pegarem ao serviço. Desta feita, pelas 8h10, Akiko já estava a labutar arduamente no interior do edifício ainda com pouca gente.

Às 8h14, o coronel Paul Tibbets, que pilotava o *Enola Gay*, avistou a ponte de Aioi em forma de T. A «Little Boy» de 4400 quilogramas foi largada e começou a sua descida de quase 10 mil metros em direção a Hiroxima. Depois de uma queda-livre de cerca de 45 segundos, a bomba foi despoletada a uma altura de aproximadamente um quilómetro e meio do chão. Uma massa de urânio subcrítica foi disparada para outra, criando uma massa supercrítica pronta a explodir. Quase logo, de forma imediata, a fissão espontânea de um átomo libertou neutrões, sendo pelo menos um deles absorvido por um átomo U-235. Por sua vez, este átomo entrou em fissão e libertou mais neutrões, que, por seu turno, foram absorvidos por mais átomos. O processo sofreu uma rápida aceleração, levando a uma reação em cadeia de crescimento exponencial e à libertação simultânea de um enorme volume de energia.

Enquanto Akiko limpava o pó das secretárias dos colegas, olhou pela janela e viu um intenso clarão, como uma faixa de magnésio incandescente. O que não podia saber era que o crescimento exponencial permitira que a bomba libertasse uma energia equivalente a 30 milhões de barras de dinamite num abrir e fechar de olhos. A temperatura da bomba subiu até vários milhões de graus, mais quente do que a superfície do Sol. Um décimo de segundo mais tarde a radiação ionizante atingiu o solo, causando lesões radiológicas devastadoras em todos os seres vivos a ela expostos. Um segundo depois, uma bola de fogo com 300 metros de extensão e uma temperatura de milhares de graus Celsius formou um balão por cima da cidade. Testemunhas oculares descrevem o Sol a erguer-se uma segunda vez sobre Hiroxima naquele dia. A onda de choque, a viajar à velocidade do som, arrasou os prédios de toda a cidade, projetando Akiko pela sala e deixando-a inconsciente. A radiação de infravermelhos varreu a cidade em todas as direções. As pessoas no solo perto do hipocentro da bomba foram instantaneamente vaporizadas ou transformadas em cinzas.

Akiko estava protegida do pior da detonação da bomba pelo edifício do banco, à prova de terremotos. Quando recuperou a consciência saiu a cambalear para a rua. Lá fora percebeu que o céu azul da manhã desaparecera. O segundo Sol sobre Hiroxima pusera-se quase tão depressa como se erguera. As ruas estavam envoltas em penumbra e abafadas de poeira e fumo. Havia corpos espalhados pelo chão a perder de vista. Apenas a 260 metros dela, Akiko foi uma das pessoas mais próximas do hipocentro da bomba a sobreviver à terrível detonação exponencial.

Estima-se que a própria bomba e os fortes incêndios que se espalharam pela cidade dizimaram cerca de 70 000 pessoas, 50 000 das quais eram civis. A maioria dos edifícios da cidade também ficaram completamente destruídos. A profecia de Oppenheimer concretizara-se. No contexto da 2.<sup>a</sup> Guerra Mundial, ainda hoje se debate a justificação para os bombardeamentos de Hiroxima e, três dias mais tarde, Nagasáqui.

## A opção nuclear

INDEPENDENTEMENTE DAS JUSTIFICAÇÕES PARA A BOMBA ATÓMICA propriamente dita, a melhor compreensão das reações em cadeia exponenciais, provocadas pela fissão nuclear que foi desenvolvida no âmbito do Projeto Manhattan, deu-nos a tecnologia necessária para gerar energia limpa, segura e com reduzidas emissões de carbono através da potência nuclear. Um quilograma de U-235 pode libertar aproximadamente mais três milhões de energia do que a combustão da mesma quantidade de carvão<sup>8</sup>. Apesar de evidências que apontam o contrário, a energia nuclear goza de má reputação em termos de segurança e impacto ambiental. Em parte, a culpa é do crescimento exponencial.

No final da tarde de 25 de abril de 1986, Alexander Akimov picou o ponto para o turno da noite na central nuclear na qual era supervisor de turno. Estava previsto para as próximas horas um teste desenvolvido para verificar o funcionamento do sistema da bomba de refrigeração. Quando iniciou o teste, podemos perdoar-lhe por pensar que era um felizardo — num período em que a União Soviética estava a colapsar e 20% dos cidadãos viviam na pobreza — por ter um emprego estável na central nuclear de Chernobyl.

Por volta das 11 h da noite, para diminuir o débito de potência para cerca de 20% da capacidade de funcionamento normal no âmbito